

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2015
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΗΜΕΡΗΣΙΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Για μία συνεχή συνάρτηση f να γράψετε τις τρεις κατηγορίες σημείων, τα οποία είναι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων.

Μονάδες 6

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Η επικρατούσα τιμή μίας μεταβλητής είναι μοναδική.

(Μον. 2)

β) Έστω συνεχής συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ και x_0 ένα στάσιμο σημείο της f (δηλαδή $f'(x_0) = 0$). Αν η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο x_0 όταν $f''(x_0) < 0$.

(Μον. 2)

γ) Έστω συνάρτηση f συνεχής στο $[\alpha, \beta]$. Τότε ισχύει:

$$\int_{\alpha}^{\alpha} f(x) dx = \alpha, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R}^*$$

(Μον. 2)

δ) Αν οι συναρτήσεις $f, g : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε και η $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$$

(Μον. 2)

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Η σχετική συχνότητα τιμής x_i μίας μεταβλητής συμβολίζεται με f_i και ισχύει $f_i = \frac{v_i}{v}$.

(Μον. 2)

Μονάδες 10

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$, με $\beta > \alpha > 0$

(Μον. 3)

β) $(c)' = \dots$, αν c σταθερά

(Μον. 3)

γ) Αν η μεταβλητή x παίρνει τις τιμές x_1, x_2, \dots, x_k με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, \dots, v_k τότε η μέση τιμή της μεταβλητής είναι: $\bar{x} = \dots$

(Μον. 3)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

Οι χρόνοι (σε λεπτά) 50 μαθητών της Γ΄τάξης ενός ΕΠΑ.Λ για να γράψουν ένα διαγώνισμα, δίνονται στον παρακάτω πίνακα κατανομής:

| Χρόνος σε λεπτά | Κέντρο κλάσης κ_i | Συχνότητα v_i | Αθροιστική Συχνότητα N_i | $\kappa_i \cdot v_i$ |
|--------------------|--------------------------------|--------------------|----------------------------------|----------------------|
| [5 - 15) | | 20 | | |
| [15 - 25) | | | 34 | |
| [25 - 35) | | 12 | | |
| [35 - 45) | | | | |
| ΣΥΝΟΛΑ | | $v = 50$ | | |

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

B1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να τον συμπληρώσετε σωστά.

Μονάδες 7

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} του χρόνου, που χρειάστηκαν οι μαθητές για να γράψουν το διαγώνισμα.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 (Μον. 7) και την τυπική απόκλιση s της μεταβλητής (Μον. 2).

Μονάδες 9

B4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας CV%.

Μονάδες 4

(Δίνεται: $\sqrt{96} \approx 10$)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} & , \text{ αν } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2} & , \text{ αν } x \leq 2 \end{cases}$$

όπου $\lambda \in \mathbb{R}^*$.

Γ1. Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

Μονάδες 4

Γ2. Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

Μονάδες 8

Γ3. Να βρείτε για ποιές τιμές του λ η συνάρτηση είναι συνεχής στο $x_0 = 2$.

Μονάδες 6

Γ4. Για $\lambda=1$ να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 f(x)dx$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Μία ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος B (B σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με τον χρόνο t (t σε έτη) σύμφωνα με τη συνάρτηση:

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15, \quad 0 \leq t \leq 10$$

Δ1. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου.

Μονάδες 5

Δ2. Ποιά χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο;

Μονάδες 8

Δ3. Να αποδείξετε ότι, αν $t \in [6, 9]$, τότε ισχύει:

$$B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$

Μονάδες 5

Δ4. Ποιά χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ